A Matemática Enriquece

Escola Secundária com 3ºCEB de Lousada

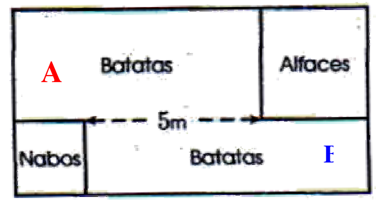
Ficha de Trabalho de Matemática do7º ano - nº___ **Data ____/ ___/ 2010**

Assunto: **Correcção da ficha de Preparação para o teste** **Lições nº ____ , ____, ____ e _____**

1. A Dona Francisca resolveu plantar **batatas**, **nabos** e **alfaces** no seu **quintal rectangular**. Os **nabos** e as **alfaces** foram plantados em **terrenos quadrados** a uma **distância de 5 metros** e cujas áreas medem $4\ m^2$ e $9\ m^2$, respectivamente…

1.1. Determina a área do terreno plantado com batatas.

Resposta: O terreno plantado com batatas é constituído por dois rectângulos. Por isso, é necessário determinar a medida da altura e da base dos mesmos.



Assim e, recorrendo à raiz quadrada determinar-se-á a medida do lado do terreno quadrangular que contém as alfaces e da medida do lado do terreno quadrangular que contém os nabos.

$l_{\text{alfaces}} = \sqrt{9} = 3m \qquad l_{\text{nabos}} = \sqrt{4} = 2m$

Logo, o terreno A que contém as batatas possui as seguintes dimensões: $altura = 3m$ **e** $base = 2+5 = 7m$ **e a sua área é** $A_{\text{batatas}} = 7\times 3 = 21m^2$

O terreno B por sua vez, tem as seguintes dimensões: $altura = 2m$ **e** $base = 3+5 = 8m$ **e uma área de** $A_{\text{batatas}} = 8\times 2 = 16m^2$.

Finalmente determina-se a área total somando a área dos dois terrenos. $A_{\text{total}} = 21+16 = 37m^2$

1.2. Calcula quantos metros de rede seriam necessários para vedar o quintal.

Resposta: Para se poder calcular o número de metros necessários para vedar o terreno é necessária determinar o comprimento do contorno, fazendo o perímetro do terreno. Assim,

$P = (3+2)\times 2 + (2+5+3)\times 2 = 10+20 = 30m$ **Irão ser necessários 30 metros de rede.**

2. Determina o valor das seguintes expressões:

2.1.

$$\sqrt{16}+2\sqrt{49}-3\sqrt{25} = \\ = 4+2\times 7-3\times 5 = \\ = 4+14-15 = \\ = 3$$

$$\left(\sqrt{7}\right)^2-\sqrt{2^3+1^3} \\ = 7-\sqrt{8+1} = \\ = 7-\sqrt{9} \\ = 7-3 = \\ = 1$$

$$\sqrt{6-\sqrt{4}} = \\ = \sqrt{6-2} = \\ = \sqrt{4} = \\ = 2$$

2.2.

$$\left(\sqrt{3}\right)^2\left(5-\sqrt{4\times 3-3}\right) = \\ = 3\times\left(5-\sqrt{12-3}\right) = \\ = 3\times\left(5-\sqrt{9}\right) = \\ = 3\times(5-3) = \\ = 6$$

$$2\sqrt[3]{64}-\left(\sqrt[3]{2}\right)^3-\sqrt[3]{-27} = \\ = 2\times 4-2-(-3) = \\ = 8-2+3 = \\ = 9$$

$$\sqrt[3]{1000}-3\sqrt[3]{3^2-1} = \\ = 10-3\times\sqrt[3]{9-1} = \\ = 10-3\times\sqrt[3]{8} = \\ = 10-3\times 2 = \\ = 10-6 = \\ = 4$$

2.3.

$$\sqrt[3]{-64}+\sqrt[3]{7-2^3} = \\ = -8+\sqrt[3]{7-8} = \\ = -8+\sqrt[3]{-1} = \\ = -8+(-1) = \\ = -8-1 = \\ = -9$$

$$7\times\sqrt[3]{8}-3\times\sqrt{5^2-3^2} = \\ = 7\times 2-3\times\sqrt{25-9} = \\ = 14-3\times\sqrt{16} = \\ = 14-3\times 4 = \\ = 14-12 = \\ = 2$$

3. A Dina e o Nuno procuram um número …

… *é um quadrado perfeito menor do que 100*:

3.1. Ajuda a Dina e o Pedro a encontrarem o número.

Resposta: Comecemos por construir uma tabela com todos os quadrados perfeitos menores do que 100.

1	4	9	16	25	36	49	64	81

De seguida somemos 2 unidades a cada um e assinalemos aqueles que se tornam múltiplos de 3.

1+2 =3	4+2=6	9+2=11	16+2=18	25+2=27	36+2=38	49+2=51	64+2=66	81+2=83

Sendo assim, restam os seguintes números :

1	4	16	25	49	64

Façamos agora a raiz quadrada dos restantes e assinalemos aqueles resultados que forem primos. Então:

$\sqrt{1}=1$ não é primo nem composto	$\sqrt{4}=2$ primo	$\sqrt{16}=4$ composto	$\sqrt{25}=5$ primo	$\sqrt{49}=7$ primo	$\sqrt{64}=8$ composto

Ficaram assim os números:

4	25	49

Finalmente, somemos à raiz quadrada destes números seleccionados 2 unidades e veremos aqueles que se tornam quadrados perfeitos. Assim:

4	25	49
$\sqrt{4}=2$	$\sqrt{25}=5$	$\sqrt{49}=7$
2+2=**4**	5+2=7	7+2=**9**
Quadrado perfeito		Quadrado perfeito

A Dina e o Nuno procuram afinal dois números: **4** e **49**.

4. Determina o valor das expressões seguintes, aplicando sempre que possível as **regras operatórias das potências**.

4.1.

$$\begin{aligned}
&(-2)^3.\left(\frac{1}{4}\right)^3:\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\\
&=\left(-2\times\frac{1}{4}\right)^3:\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\\
&=\left(-\frac{2}{4}\right)^3:\left(-\frac{1}{2}\right)^1-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\\
&=\left(-\frac{1}{2}\right)^3:\left(-\frac{1}{2}\right)^1-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\\
&=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\\
&=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=\\
&=0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\left[(-4)^3\right]^6}{(-4)^{15}}+64=\\
&=\frac{(-4)^{18}}{(-4)^{15}}+64=\\
&=(-4)^3+64=\\
&=-64+64=\\
&=0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{5^9\times2^9}{(10^2)^4}=\\
&=\frac{10^9}{10^8}=\\
&=10^1=\\
&=10
\end{aligned}$$

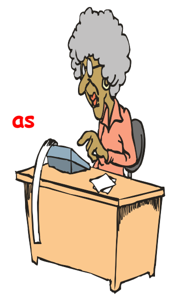
$$\begin{aligned}
&2^6\times3^4:6^9+(-7)^1=\\
&=\frac{2^4\times3^4\times2^2}{6^9}+(-7)^1=\\
&=\frac{6^4\times2^2}{6^4\times6^5}+(-7)^1=\\
&=\frac{2^2}{2^5\times3^5}+(-7)^1=\\
&=\frac{2^2}{2^2\times2^3\times3^5}+(-7)^1=\\
&=\frac{1}{8\times2187}-1=\\
&=\frac{1}{17496}-\frac{17496}{17496}=\\
&=-\frac{17495}{17496}
\end{aligned}$$

4.2.

$$
\begin{aligned}
&\frac{2^3\times(-1)^{40}}{-5}:\left(-\frac{4}{5^2}\right)=\\
&=\frac{8\times 1}{-5}:\left(-\frac{4}{25}\right)=\\
&=-\frac{8}{5}\times\left(-\frac{25}{4}\right)=\\
&=\frac{200}{20}=\\
&=10
\end{aligned}
$$

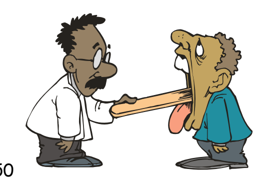
$$
\begin{aligned}
&\frac{\left[(-3)^5\right]^{10}}{(-3)^{31}}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{19}=\\
&=\frac{(-3)^{50}}{(-3)^{31}}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{19}=\\
&=(-3)^{19}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{19}=\\
&=\left(-3\times\frac{1}{3}\right)^{19}=\\
&=\left(-\frac{3}{3}\right)^{19}=\\
&=(-1)^{19}=\\
&=-1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&-1-\left(\frac{3}{2}\right)^6\times\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]^3=\\
&=-1-\left(\frac{3}{2}\right)^6\times\left(-\frac{2}{3}\right)^6=\\
&=-1-\left(\frac{3}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)\right)^6=\\
&=-1-\left(-\frac{6}{6}\right)^6=\\
&=-1-(-1)^6=\\
&=-1-(+1)=\\
&=-1-1=\\
&-2
\end{aligned}
$$



5. Diz se as seguintes afirmações são **verdadeiras ou falsas** (coloca uma cruz na tua opção), **corrigindo as falsas.**

- Todo o múltiplo de 9 é múltiplo de 3. **Resposta: Verdadeiro.**
- Todos os números primos são ímpares. **Resposta: Falso. O número 2 é primo e par.**
- Não existe nenhum número igual à sua raiz quadrada. **Resposta: Falso. A raiz quadrada de 1 é 1.**
- 0 é múltiplo de todos os números. **Resposta: Verdadeiro**
- $\left(2^3\right)^6=2^9$ **Resposta: Falso.** $\left(2^3\right)^6=2^{18}$
- O menor número natural é o zero. **Resposta: Falso. O menor número natural é o 1.**
- A soma de dois números fraccionários é sempre um número fraccionário. **Resposta: Falso. Por exemplo,** $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\frac{4}{2}=2$
- Todo o número inteiro é natural. **Resposta: Falso. Todo o número natura é inteiro.**
- $|-5|\in\mathbb{Z}^-$ **Resposta: Falso.** $|-5|=5$ e $5\notin\mathbb{Z}^-$
- $-\frac{18}{3}\in\mathbb{Z}$ **Resposta: Verdadeiro, pois** $-\frac{18}{3}=-6$ **e -6 é um número inteiro relativo.**



6. O médico do João prescreveu-lhe a seguinte dieta:

- de três em três dias tem de beber 1 litro de leite;
- de cinco em cinco dias tem de comer três iogurtes naturais;
- de nove em nove dias tem de comer 50 gramas de queijo;
- A dieta tem de começar no dia 1 de Janeiro, bebendo nesse dia 1 litro de leite, comendo três iogurtes naturais e 50 gramas de queijo.

6.1. Estará o médico a dizer a verdade? Explica o teu raciocínio.

Resposta: Só é possível verificar se o médico diz a verdade, se determinarmos o mínimo múltiplo comum dos três números. Assim, comecemos por decompor em factores primos cada um dos números: $3=3$, $5=5$ **e** $9=3^2$.

De seguida verificamos que m.m.c. (3,5,9) = $3^2\times 5=45$, **uma vez que se** <u>**multiplicam os factores comuns e não comuns de maior expoente.**</u>

Portanto, iniciando a sua dieta no dia 1 de Janeiro, o João voltará a comer os três alimentos juntos 45 dias depois, dia 14 de Fevereiro. Logo, o médico não disse a verdade ao João.

7. A Joana é 3 anos mais nova que o irmão João. A idade do João é dada pela expressão $5-(-3)\times 2$. **Então, pode concluir-se que a Joana tem:**

Resposta: O João tem ($\begin{aligned}&5-(-3)\times 2=\\&=5-(-6)=\\&=5+6=\\&=11\end{aligned}$) 11 anos. Como a Joana é mais nova três anos terá 8 anos. **(B) 8 anos**

8. Aplica as regras das potências para determinar o valor das expressões:

8.1.

$(10^2)^3 \times 10^{200} : 10^{204} =$
$= 10^6 \times 10^{200} : 10^{204} =$
$= 10^{206} : 10^{204} =$
$= 10^2 =$
$= 100$

$(10^3)^{300} \times 1000 \times 10000 =$
$= 10^{900} \times 10^3 \times 10^4 =$
$= 10^{907}$

O resultado desta expressão deverá ficar na forma de uma potência

8.2.

$10^3 \times \sqrt[3]{1000} : \sqrt{100} =$
$= 10^3 \times 10 : 10 =$
$= 10^4 : 10 =$
$= 10^3 =$
$= 1000$

$|-10000| : |15-5$
$= 10000 : |10|^3 =$
$= 10^4 : 10^3 =$
$= 10$

9. A Dina tem uma caixa cúbica onde costuma guardar pequenos objectos. A caixa tem **600 cm²** de área total.

9.1. Determina o volume da caixa.

Resposta: Como um cubo tem 6 faces todas iguais, devemos dividir essa área total pelo número de faces, ficando a saber a área de cada face quadrada. Assim: $600 : 6 = 100\,cm^2$.

DE seguida e procedendo ao cálculo da raiz quadrada, ficamos a saber a medida da aresta do cubo que é igual à medida do lado de cada face quadrangular. Então, $a = \sqrt{100} = 10\,cm$.

Finalmente, determinamos o volume do cubo. $V_{cubo} = 10^3 = 1000\,cm^3$

10. Resolve as expressões numéricas seguintes:

10.1.

$-7 - 12 : (-3) + 9 \times (-2) =$
$= -7 + 4 + 9 \times (-2) =$
$= -7 + 4 - 18 =$
$= -3 - 18 =$
$= -21$

$\frac{2}{5} \times \left(-5 - \frac{1}{2}\right) =$
$= -\frac{10}{5} - \frac{2}{10} =$
$= -\frac{20}{10} - \frac{2}{10} =$
$= -\frac{22}{10} =$
$-\frac{11}{5}$

10.2.

$-3 \times 10 : [20 : (-4)] =$
$= -3 \times 10 : (-5) =$
$= -30 : (-5) =$
$= 6$

$\frac{7}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right) : \frac{1}{2} =$
$= -\frac{21}{4} + \left(-\frac{3}{2}\right) \times 2 =$
$= -\frac{21}{4} - \frac{6}{2} =$
$= -\frac{21}{4} - \frac{12}{4} =$
$= -\frac{33}{4}$

$\frac{1}{5} - 2 \times \left(\frac{3}{2} - 1\right) + 0{,}3 =$
$= \frac{1}{5} - \frac{6}{2} + 2 + 0{,}3 =$
$= \frac{1}{5} - 3 + 2 + 0{,}3 =$
$= \frac{1}{5} - 0{,}7 =$
$= \frac{1}{5} - \frac{7}{10} =$
$= \frac{2}{10} - \frac{7}{10} =$
$= -\frac{5}{10} =$
$= -\frac{1}{2}$

10.3.

$-20 : (-2 + 7) =$
$= -20 : 5 =$
$= -4$

$-2 \times \left(-\frac{1}{3} + 1\right) =$
$= \frac{2}{3} - 2 =$
$= \frac{2}{3} - \frac{6}{3} =$
$= -\frac{4}{3}$

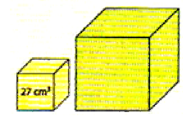
11. **Considera os seguintes números: 5, 12, 19, 24, 30, 33, 49, 57, 90, 115, 150. Indica os que são:**

11.1. divisíveis por 3; Resposta: 12, 24, 30, 33, 57, 90 e 150. Os números divisíveis por 3 são aqueles cuja soma é múltiplo de 3.

11.2. os múltiplos de 10. Resposta: 30, 90 e 150. Os números divisíveis por 10 são aqueles que têm como algarismo das unidades o 0.

11.3. os múltiplos comuns de 5 e 10. Resposta: 30, 90 e 150. Os números divisíveis por 5 são aqueles que têm como algarismo das unidades o 5 ou 0 e os divisíveis por 10 são aqueles que têm como algarismo das unidades o 0. Por isso, temos de indicar aqueles que são comuns a ambos.

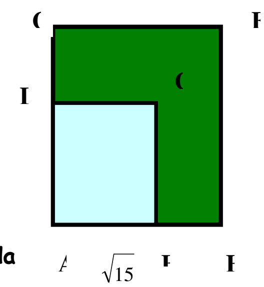
11.4. os múltiplos comuns de 2 e 3 menores que 50. Resposta: Estes números terão de ser pares, para serem múltiplos de 2 e a soma dos seus algarismos tem de ser múltiplo de 3. Assim, os números são: 12, 24, 30, 90 e 150



12. Na figura ao lado estão representados **dois cubos**.
O volume do cubo **mais pequeno** é **27 cm³** e **a aresta do cubo maior é o dobro** da aresta do cubo menor.

12.1. Determina o volume do cubo maior.

Resposta: em primeiro lugar teremos de determinar a aresta do cubo menor, recorrendo à raiz cúbica. $a = \sqrt[3]{27} = 3\ cm$. **De seguida passaremos a calcular a aresta do cubo maior, atendendo a que será o dobro da primeira. Então,** $a_{cubomaior} = 2 \times 3 = 6\ cm$. **Por último determinaremos o volume do cubo maior.** $V = 6^3 = 216\ cm^3$.



13. Na figura estão representados dois quadrados: $[ABCD]$ e $[AEFG]$.
Sabe-se que:
- a área do quadrado maior é 36 cm²;
- o lado do quadrado menor tem $\sqrt{15}$ cm de comprimento.

13.1. Determina o perímetro do quadrado maior.

Resposta: Determinar o perímetro do quadrado maior implica conhecer a medida do seu lado que obteremos fazendo a raiz quadrada da sua área. $lado = \sqrt{36} = 6\ cm$. **Uma vez que os lados são iguais, calcula-se o perímetro multiplicando por 4 o valor obtido.** $P = 4 \times 6 = 24\ cm$.

13.2. Determina a área da região mais escura da figura.

Resposta: Para determinarmos a área da região mais escura, teremos de calcular a área do quadrado $[ABCD]$. Assim, $A = \left(\sqrt{15}\right)^2 = 15\ cm^2$. Se à área do quadrado $[AEFG]$ tirarmos a área de $[ABCD]$ obtemos a resposta a esta questão. $A_{\text{região mais escura}} = 36 - 15 = 21\ cm^2$.

14. Com os quatro números seguintes **2^2 , 3 , 1 e 2^3** **completa a igualdade:**

$$\boxed{2^3} : \boxed{1} \times \boxed{3} - \boxed{2^2} = 5 \times \sqrt{16}$$

15. **O número 572** decomposto num **produto de factores primos** é:

Resposta: (D) $2^2 \times 11 \times 13$

16. O esquema seguinte mostra o quintal rectangular da Dona Berta. O quintal está dividido em três rectângulos e tem uma área total de 48 m².

- O rectângulo das flores tem 12 m² de área e um dos lados mede 2 m.
- Um dos lados do rectângulo das árvores de fruto mede 4,5 m.

16.1. Quais são as dimensões do rectângulo onde estão plantados os **legumes**?

Resposta: **Comecemos por recorrer à área do rectângulo das flores bem como à sua largura, para descobrirmos o seu comprimento que é o comprimento de todo o terreno também. Então,** $c = 12 : 2 = 6\ m$.

Com esta dimensão descoberta é possível descobrir a outra.

$l = 48 : 6 = 8\ m$

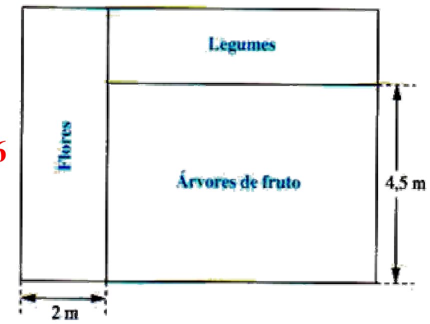
De seguida determinemos a largura do rectângulo das flores

$L_{legumes} = 6 - 4{,}5 = 1{,}5\ m$ **e depois o seu comprimento**

$C_{legumes} = 8 - 2 = 6\ m$.

Agora, já podemos calcular a área pedida

$A_{legumes} = 6 \times 1{,}5 = 9\ m^2$.



17. As potências de 4 têm uma regularidade na sequência dos algarismos das unidades:

4^1=**4** 4^2=1**6** 4^3=6**4** 4^4=25**6** 4^5=102**4** ....

Qual o algarismo das unidades de (4^3)^{10}?

Resposta: **Comecemos por escrever na forma de uma potência** $\left(4^3\right)^{10} = 4^{30}$. **Como se pode observar sempre que a potência de base 4 tem expoente par o número obtido tem como algarismo das unidades o 6. Por isso, 6 é a resposta.**

18. No clube desportivo os sócios estão a desenhar no chão um tabuleiro do jogo de damas. O tabuleiro representado na figura 3, tem a forma de um quadrado, dividido em **64 quadrados pequenos**, todos geometricamente iguais (casas).

O tabuleiro vai ter uma área de $32\,400\,cm^2$.

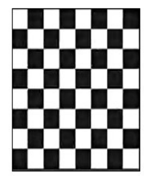


Fig. 3

As peças para este jogo têm todas a forma de um pequeno cilindro, como se mostra na figura 4.

Fig. 4

18.1. Qual é, em centímetros, o maior diâmetro que a base das peças pode ter para poder ficar contida numa das casas do tabuleiro? **Mostra, numa pequena composição, como chegaste à resposta.**

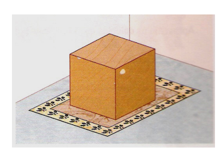
Resposta: **Uma vez que o tabuleiro é constituído por 64 quadrados pequenos, devemos dividir a área do tabuleiro por 64 de modo a descobrirmos a área de um quadrado pequeno. Assim,** $32\,400 : 64 = 506{,}25\,cm^2$. **A partir daqui, já é possível conhecermos a medida do lado de cada quadrado mais pequeno, recorrendo à raiz quadrada.** $l = \sqrt{506{,}25} = 22{,}5\ cm$.

Sabendo que o lado do quadrado é de 22,5 cm, a peça pode ter, no máximo 22,5 cm de diâmetro.

19. Dos seguintes números só um é primo. **Qual?**

Resposta: **(A)** 1570 **não é primo, pois pelo facto de ser divisível por 2, 5 e 10, já tem mais de dois divisores.**
(B) 17 355 **não é primo, pois pelo facto de ser divisível por 3 e 5, já tem mais de dois divisores.**
(C) 321 **não é primo, pois pelo facto de ser divisível por 3, já tem mais de dois divisores.**

Resposta correcta: **(D)** 2459 é primo.



20. Na sala da Mónica colocou-se uma mesa de apoio com a forma de um cubo de volume 0,125m^3. Se a área da sala é 30 m^2, **calcula a área da parte desocupada depois de se colocar a mesa.**

Resposta: **Comecemos por calcular a aresta do cubo, recorrendo à raiz cúbica.** $a = \sqrt[3]{0{,}125} = 0{,}5\ m$. **Com esta medida podemos, em seguida, determinar a área da face que está assente no chão que é um quadrado.** $A = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25\ m^2$.

Finalmente ao tirarmos à área da sala a área da mesa assente no chão obteremos o valor pedido.

$A_{\text{parte desocupada}} = 30 - 0{,}25 = 29{,}75\ m^2$

Bom Trabalho!
A equipa do PM