Escola Secundária com 3ºCEB de Lousada

Ficha de Trabalho de Matemática do 9º ano - nº___ **Data ____ / ___ / 2010**

Assunto: Preparação para o teste **Lições nº ____ , ____, ____ e _____**

Apresentação dos Conteúdos e Objectivos para o 1º Teste de Avaliação de Matemática

Data da Realização : ____ / 10 / 2010 **Duração:** 90 minutos	**Material necessário:** material de escrita (esferográfica de cor azul ou preto) e máquina de calcular científica. Não é permitido o uso de tinta correctora.
Conteúdos	**Objectivos**
❖ **Equações do 2° grau:** -Incompletas. -Completas. -Fórmula resolvente. Soma e produto das raízes de uma equação; Função quadrática	-Traduzir o enunciado de um problema da linguagem corrente para linguagem matemática. - Operar com polinómios. - Aplicar os casos notáveis da multiplicação. -Decompor um binómio ou trinómio em factores, com vista à resolução de equações. - Resolver equações do 2° grau, procurando utilizar o processo mais adequado a cada situação (lei do anulamento do produto, fórmula resolvente, noção de raiz quadrada, soma e produto das raízes de uma equação ou o artifício do quadrado do binómio). -Interpretar e analisar as soluções ou a impossibilidade de uma equação, no contexto de um problema. -Discutir, apresentando argumentos, o processo usado na resolução de um problema. - Resolver problemas envolvendo equações do 2º grau (os problemas de geometria estão incluídos)
❖ **Os Números Reais.** -Dízimas. -Números irracionais. -Os números reais.	- Reconhecer os conjuntos dos números naturais, dos números inteiros, dos racionais, dos irracionais e dos reais e das diferentes formas de representações dos elementos desses conjuntos e das relações entre eles. -Relacionar números reais com as dízimas que representam. -Indicar valores aproximados de um dado número real, controlando o erro. -Comparar números reais.
♠**Deves também saber**: Resolver problemas de estratégia e comunicar, por escrito, as estratégias e os procedimentos usados na resolução de problemas. Em todas as questões, **deves apresentar todas as justificações, explicações e os cálculos que sustentem a tua resposta.**	
♠ Por onde deves estudar: caderno diário (de Matemática e de Estudo Acompanhado), fichas de trabalho, manual adoptado e caderno de actividades.	

Preparação para o Teste de Avaliação

1. **Resolve as seguintes equações, aplicando a fórmula resolvente, apenas quando for rigorosamente necessário:**

a. $2x^2+5=0 \Leftrightarrow 2x^2=-5 \Leftrightarrow \frac{2x^2}{2}=-\frac{5}{2} \Leftrightarrow x^2=-\frac{5}{2}$ $S=\{\ \}$ **Equação impossível**

b. $2x=(x-1)^2 \Leftrightarrow 2x=x^2-2x+1 \Leftrightarrow -x^2+2x+2x-1=0 \Leftrightarrow -x^2+4x-1=0 \Leftrightarrow x^2-4x+1=0 \Leftrightarrow x^2-4x+4=-1+4 \Leftrightarrow$

$(x-2)^2=3 \Leftrightarrow x-2=\sqrt{3} \vee x-2=-\sqrt{3} \Leftrightarrow x=2+\sqrt{3} \vee x=2-\sqrt{3}$ $S=\{2-\sqrt{3}\ ;\ 2+\sqrt{3}\}$

Nota: Esta equação resolveu-se fazendo surgir no primeiro membro o quadrado de um binómio.

c. $(x-6)^2=5x \Leftrightarrow x^2-12x+36=5x \Leftrightarrow x^2-12x-5x+36=0 \Leftrightarrow x^2-17x+36=0 \Leftrightarrow x=\frac{-(-17)\pm\sqrt{(-17)^2-4\times1\times36}}{2\times1}$

$\Leftrightarrow x=\frac{17\pm\sqrt{145}}{2}$ $S=\left\{\frac{17-\sqrt{145}}{2}\ ;\ \frac{17+\sqrt{145}}{2}\right\}$

Nota: Quando a raiz quadrada não é um número inteiro, indicam-se as soluções exactas.

d. $x-\frac{1}{2}=(x-3)^2 \Leftrightarrow x-\frac{1}{2}=x^2-6x+9 \Leftrightarrow 2x-1=2x^2-12x+18 \Leftrightarrow -2x^2+2x+12x-1-18=0 \Leftrightarrow -2x^2+14x-19=0 \Leftrightarrow$

$x=\frac{14\pm\sqrt{14^2-4\times(-2)\times(-19)}}{2\times(-2)} \Leftrightarrow x=\frac{14-\sqrt{44}}{-4} \vee x=\frac{14+\sqrt{44}}{-4} \Leftrightarrow x=\frac{-14+\sqrt{44}}{4} \vee x=\frac{-14-\sqrt{44}}{4}$

$S=\left\{\frac{-14+\sqrt{44}}{4}\ ;\ \frac{-14-\sqrt{44}}{4}\right\}$

2. **Considera a equação:** $x^2 + x - 6 = 0$ **. Sem a resolveres, indica o seu conjunto-solução, justificando a tua resposta.**

Resposta: Nesta equação completa os coeficientes são: $a = 1 \, ; b = 1 \, ; c = -6$. Então é necessário recorrer à soma e ao produto das raízes (soluções) de uma equação. Sendo, Soma = $\frac{-b}{a}$ e o Produto = $\frac{c}{a}$, então a **soma das soluções é -1** e o **produto é -6**. Teremos assim de pensar em dois números cuja soma seja -1 e cujo produto seja -6. Logo, $S = \{-3 \, ; 2\}$.

3. **Considera a equação:** $x^2 - \sqrt{2}x - 5 = 0$ **Determina o valor do binómio discriminante. Quantas soluções tem a equação?**

Resposta: $\Delta = b^2 - 4ac \qquad \Delta = \left(-\sqrt{2}\right)^2 - 4 \times 1 \times (-5) \Leftrightarrow \Delta = 2 + 20 \Leftrightarrow \Delta = 22$ Pelo facto do binómio discriminante, Δ , ser um número maior do que zero (é positivo), a equação terá duas soluções reais diferentes.

4. **O quadrado da soma de um número com três é igual ao dobro da sua soma com três. Qual é esse número?**

Resposta: $x \rightarrow$ número desconhecido. Então, a equação que traduz o problema é: $(x+3)^2 = 2(x+3)$

$$(x+3)^2 = 2(x+3) \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = 2x + 6 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 2x + 9 - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = -3 + 4 \Leftrightarrow$$

$$(x+2)^2 = 1 \Leftrightarrow x + 2 = \sqrt{1} \vee x + 2 = -\sqrt{1} \Leftrightarrow x = 1 - 2 \vee x = -1 - 2 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = -3 \qquad S = \{-3; -1\}$$

Os números são -3 e -1.

5. **Brincar com os números... Encontra dois números diferentes, sabendo que a sua soma é 21 e o seu produto é 104.**

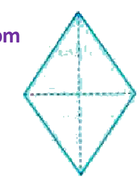
Resposta: Partindo da soma e do produto das raízes de uma equação e da sua relação com os coeficientes, podemos descobrir que: $a = 1 \, ; b = -21 \, ; c = 104$. Logo a equação de 2º grau que se obtém, na forma canónica é $x^2 - 21x + 104 = 0$

Utilizando a fórmula resolvente para determinar os números pedidos, vem:

$$x = \frac{-(-21) \pm \sqrt{(-21)^2 - 4 \times 1 \times 104}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{21 - 5}{2} \vee x = \frac{21 + 5}{2} \Leftrightarrow x = 8 \vee x = 13 \qquad S = \{8 \, ; 13\}$$

Os números são 8 e 13.

6. **Um losango tem de área 16. Sabendo que a diagonal maior é o dobro da diagonal menor, determina com aproximação às centésimas o valor do perímetro do losango.**



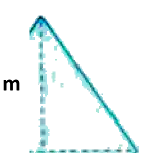
Resposta: Sendo $x \rightarrow$ comprimento da diagonal menor e $2x \rightarrow$ comprimento da diagonal maior e sabendo que a fórmula de cálculo da área de um losango é $A = \frac{D \times d}{2}$,

fica: $16 = \frac{2x \times x}{2} \Leftrightarrow 16 = \frac{2x^2}{2} \Leftrightarrow 16 = x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{16} \vee x = -\sqrt{16} \Leftrightarrow x = 4 \quad \vee \quad x = -4 \qquad S = \{-4 \, ; 4\}$

A diagonal menor mede 4 m e a diagonal maior mede 8 m.

De seguida será necessário utilizar o Teorema de Pitágoras na determinação do comprimento do lado do losango

Então, $l^2 = 2^2 + 4^2 \Leftrightarrow l = \sqrt{20}$. **O perímetro será assim** $P = 4 \times \sqrt{20} \approx 17{,}89 \, cm$

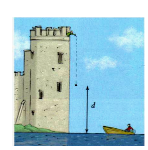


7. **O número de ouro. Prova que** $\phi = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{5}\right)$.

Resposta: Resolvendo a equação

$$\phi^2 - \phi - 1 = 0 \Leftrightarrow \phi = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow \phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \vee \phi = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}. \qquad \phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{5}\right)$$

8. **Do cimo de uma torre de um castelo junto ao mar é largada uma bola. A distância ao nível da água do mar, d, em metros, é dada, aproximadamente, pela fórmula:** $d = 40 - 5t^2$ **, em que** t **representa o tempo de queda do corpo, em segundos.**



a. **O que representa o valor 40 na fórmula?** **Resposta:** 40 metros é a altura da torre em relação ao nível do mar. Ou seja, no instante em que a bola é largada, esta encontra-se a 40 metros de altura.

b. **Ao fim de um segundo de ser largada a que distância se encontrava a bola do nível do mar?** **Resposta:** Substituindo, na fórmula dada, t por 1,5, fica: $d = 40 - 5 \times 1^2 \Leftrightarrow d = 35 \, m$

c. **Ao fim de 1,5 segundos que distância tinha a bola percorrido?** **Resposta:** Substituindo, na fórmula dada, t por 1, fica: $d = 40 - 5 \times 1{,}5^2 \Leftrightarrow d = 28{,}75\ m$. Se ao fim de 1,5 segundos a bola estava a 28,75 metros do nível do mar, **percorreu** $40 - 28{,}75 = 11{,}75\ m$

d. **Resolve a equação**

Resposta: $20 = 40 - 5t^2 \Leftrightarrow 5t^2 + 20 - 40 = 0 \Leftrightarrow 5t^2 - 20 = 0 \Leftrightarrow t^2 = \frac{20}{5} \Leftrightarrow t = 2 \vee t = -2\ \ S = \{-2;2\}$ **e interpreta a solução no contexto do problema.** **Significa que a bola vai encontrar-se a 20 metros de altura ao fim de 2 segundos.**

e. **Determina, com aproximação às décimas, o tempo que a bola levou a cair no mar.**

Resposta: A bola quando atingir o nível do mar, encontra-se a 0 metros de altura. Logo, basta resolver a equação $0 = 40 - 5t^2$

$$0 = 40 - 5t^2 \Leftrightarrow 5t^2 - 40 = 0 \Leftrightarrow 5t^2 = 40 \Leftrightarrow t^2 = \frac{40}{5} \Leftrightarrow t = \sqrt{8} \vee t = -\sqrt{8} \Leftrightarrow t \approx 2{,}8\ segundos.$$

9. **Determina K de modo que a equação $x^2 - 12x + k = 0$ tenha uma raiz dupla.** **Resposta:** Para ter uma solução dupla é necessário que o binómio discriminante seja 0 (zero). Então, sendo $\Delta = b^2 - 4ac$, fica $(-12)^2 - 4 \times 1 \times k = 0 \Leftrightarrow 144 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 36$. A equação ficaria então, $x^2 - 12x + 36 = 0$

10. **Ao adicionarmos oito unidades ao quadrado do número de gatos que a Catarina tem, obtemos o sêxtuplo do número de gatos. Quantos gatos tem a Catarina?**

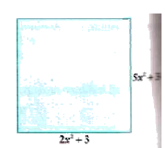
Resposta: Sendo $x \rightarrow$ o número de gatos que a Catarina tem, a equação que traduz o problema, fica: $8 + x^2 = 6x$

Resolvendo a equação $8 + x^2 = 6x \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = -8 + 9 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 1 \Leftrightarrow x - 3 = 1 \quad \vee x - 3 = -1 \Leftrightarrow$
$x = 4 \quad \vee \quad x = 2 \qquad\qquad S = \{2\ ,\ 4\}$

O problema tem duas soluções: A Catarina pode ter 2 gatos mas também pode ter 4 gatos.

Nota: Esta equação foi resolvida fazendo surgir no primeiro membro o quadrado de um binómio.

11. **A figura representa um quadrado. Determina o valor de x.**



Resposta: É de referir que os lados de um quadrado são todos iguais, por isso,

$2x^2 + 3 = 5x^2 + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x^2 = 0 \Leftrightarrow -3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Cada lado do quadrado mede 3 unidades.

Bom trabalho!
A equipa do PM