12. Resolve, pelo método que te parecer mais adequado as seguintes equações:

a. $3x^2 - 147 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = 147 \Leftrightarrow x^2 = 49 \Leftrightarrow x = \sqrt{49} \ \vee \ x = -\sqrt{49} \Leftrightarrow x = 7 \ \vee \ x = -7 \qquad S = \{-7\ ;\ 7\}$

b.

$$\frac{(x+3)(x-3)}{2} = \frac{x-13}{3} \Leftrightarrow \frac{x^2-9}{2} = \frac{x-13}{3} \Leftrightarrow \frac{3x^2-27}{6} = \frac{2x-26}{6} \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4\times 3\times(-1)}}{2\times 3} \Leftrightarrow x = \frac{2+4}{6} \ \vee \ x = \frac{2-4}{6} \Leftrightarrow x = 1 \ \vee x = -\frac{1}{3} \qquad S = \left\{-\frac{1}{3}\ ;\ 1\right\}$$

c.

$$(x-5)(x+5) + (x-6)^2 = x(x-5) \Leftrightarrow x^2 - 25 + x^2 - 12x + 36 = x^2 - 5x \Leftrightarrow x^2 - 7x + 11 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4\times 1\times 11}}{2\times 1} \Leftrightarrow x = \frac{-7+\sqrt{5}}{2} \ \vee \ x = \frac{-7-\sqrt{5}}{2} \qquad S = \left\{\frac{-7+\sqrt{5}}{2}\ ;\ \frac{-7-\sqrt{5}}{2}\right\}$$

d.

$$(2x+1)^2 - 3 = x(x+9) \Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 - 3 = x^2 + 9x \Leftrightarrow 3x^2 - 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4\times 3\times(-2)}}{2\times 3} \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{5+7}{6} \ \vee \ x = \frac{5-7}{6} \Leftrightarrow x = 2 \ \vee x = -\frac{1}{3} \qquad S = \left\{-\frac{1}{3}\ ;\ 2\right\}$$

13. O índice de massa corporal (IMC) …

a. A Dina é uma aluna do 9º ano. Tem 1,62 metros de altura e pesa 52 kg. Verifica se, de acordo com a OMS, a Dina tem massa normal.

Resposta: Comecemos por substituir na fórmula dada a massa e a altura da Dina. Então, $IMC = \frac{52}{1{,}62^2} \Leftrightarrow IMC \approx 19{,}8$. Como o valor do IMC da Dina se encontra no intervalo $[18{,}5\ ;\ 24{,}9]$, a Dina tem massa normal.

b. O João determinou o seu IMC e obteve o valor 22. Sabendo que a massa do João é de 58kg, calcula, …

Resposta: Comecemos por substituir os valores do João, na fórmula dada.

Assim, $22 = \frac{58}{altura^2} \Leftrightarrow altura^2 \times 22 = 58 \Leftrightarrow altura^2 = \frac{58}{22} \Leftrightarrow altura = \sqrt{\frac{58}{22}} \Leftrightarrow altura \approx 1{,}62\,m$

c. A Joana tem 1,68 metros de altura e calculou entre que valores …

Resposta: Utilizemos o valor mínimo do IMC e a altura da Joana para obtermos o valor da sua massa mínima e da sua massa máxima.

$18{,}5 = \frac{m}{1{,}68^2} \Leftrightarrow m = 18{,}5 \times 1{,}68^2 \Leftrightarrow m \approx 52{,}2\ kg$. Façamos o mesmo para o valor máximo do IMC

$24{,}9 = \frac{m}{1{,}68^2} \Leftrightarrow m = 24{,}9 \times 1{,}68^2 \Leftrightarrow m \approx 70{,}3\ kg$

A massa da Joana pode variar entre 52,2 kg e 70,3 kg.

14. De entre os números racionais seguintes: $\frac{2}{5}$; $0{,}0(7)$; $1{,}327$; $\frac{5}{3}$; $\frac{21}{15}$; $0{,}07$; $\frac{43}{22}$ **Indica os que correspondem a:**

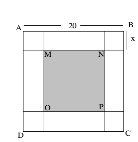
a. Dízimas <u>finitas</u>; **Resposta:** $\frac{2}{5}$; $1{,}327$; $\frac{21}{15}$; $0{,}07$

b. Dízimas <u>infinitas periódicas</u>. **Resposta:** $0{,}0(7)$; $\frac{5}{3}$; $\frac{43}{22}$

15. Qual é o período da dízima representada por $\frac{4}{37}$? **Resposta:** Como $\frac{4}{37} = 0{,}108108108\ldots$ o período da dízima é **(B)** 108

16. [ABCD] e [MNPO] são dois quadrados.

a. Mostra que a área A do quadrado [MNPO] é dada por: $A(x) = 400 - 80x + 4x^2$



Resposta: $A(x) = (20-2x)(20-2x) \Leftrightarrow A(x) = 400 - 40x - 40x + 4x^2 \Leftrightarrow A(x) = 400 - 80x + 4x^2$

b. **Determina a área A do quadrado [MNPO], quando x = 10 e interpreta o resultado obtido.**

Resposta: Substituindo x por 10, fica: $A(10) = 400 - 80 \times 10 + 4 \times 10^2 \Leftrightarrow A(10) = 400 - 800 + 400 = 0$ Quando x = 10, a área atinge o seu valor mínimo, pelo facto do quadrado [MNPO] ter desaparecido.

c. **Determina o valor de x quando a área é igual a 100.**

Resposta: Resolve-se a equação:

$$A(x) = 100 \Leftrightarrow 400 - 80x + 4x^2 = 100 \Leftrightarrow 4x^2 - 80x + 300 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-80) \pm \sqrt{(-80)^2 - 4 \times 4 \times 300}}{2 \times 4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{80 \pm \sqrt{6400 - 4800}}{8} \Leftrightarrow x = \frac{80 - 40}{8} \vee x = \frac{80 + 40}{8} \Leftrightarrow x = 5 \vee x = 15 \qquad S = \{5;15\}$$

Para uma área de 100, o x pode tomar dois valores, 5 e 15.

17. **Resolve as equações seguintes, utilizando a fórmula resolvente somente quando não puderes utilizar outro método.**

a. $25x^2 + 20x = -4 \Leftrightarrow 25x^2 + 20x + 4 = 0 \Leftrightarrow (5x + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{5} \qquad S = \left\{-\frac{2}{5}\right\}$

A equação tem uma solução dupla.

b. $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2 = x \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{2}x + 1 - x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \qquad S = \{2\}$

A equação tem uma solução dupla.

c. $\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{1}{2} = 0 \vee x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \vee x = 3 \qquad S = \left\{-\frac{1}{2}; 3\right\}$

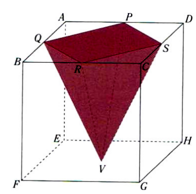
d. $(x - 1)^2 = 3x^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - 3x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow -2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x(-x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1 \qquad S = \{-1; 0\}$

18. **Cerca de $\frac{3}{4}$ da superfície da Terra estão cobertos de água. Quantos milhões de km^2 da superfície terrestre…**

Resposta: Não está debaixo de água $\frac{1}{4}$ da superfície terrestre. Logo teremos de determinar $\frac{1}{4}$ do volume de uma esfera de raio 6400 km.

Logo, $V = \frac{1}{4} \times \pi \times 6400^2 \Leftrightarrow V \approx 32\ 169\ 909\ km^3$

19. **Na figura estão representados um cubo e uma pirâmide. Sabe-se que:**



a. **Mostra que a área de cada uma das faces do cubo é o dobro da área da base da pirâmide.**

Resposta: - $a_{\text{base}} = \overline{RS} = \sqrt{18}\ cm$

- Pelo Teorema de Pitágoras $\overline{CS} = 3\,cm$. **Logo,** $l_{quadrado} = 2 \times 3 = 6\,cm$.

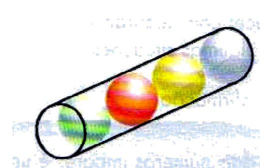
- $A_{quadrado} = 6^2 = 36\,cm^2$ **(dobro da área da base da pirâmide)**

b. **Determina a altura da pirâmide; Resposta:** $\boxed{h = aresta_{cubo} = 2 \times 3 = 6\,cm}$

c. **Determina o volume do cubo que não faz parte da pirâmide.**

Resposta: $V = V_{\text{cubo}} - V_{\text{pirâmide}} \Leftrightarrow V = 6^3 - \frac{1}{3} \times 18 \times 6 \Leftrightarrow V = 80\ cm^3$

20. **Numa caixa cilíndrica cabem, à justa, quatro bolas de 6m de diâmetro.**



a. **Qual é o valor exacto a capacidade da caixa?**

Resposta: $V_{\text{cilindro}} = A_b \times h \Leftrightarrow V = \pi \times 3^2 \times 24 \Leftrightarrow V = 216\pi\ m^3$

b. **Determina um v.a. às centésimas do volume não ocupado pelas bolas.**

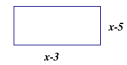
Resposta: $V_{\text{não ocupado pelas bolas}} = V_{cilindro} - V_{\text{esferas}} \Leftrightarrow V = 216\pi - 4 \times \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 \Leftrightarrow V = 168\pi\ m^3 \approx 527{,}79\ m^3$

21. **Resolve as equações seguintes,** utilizando a ***fórmula resolvente***:

a. $z^2 - 8z = -12$ **Resposta:** $S = \{2; 6\}$ **b.** $x^2 + (2x + 5)^2 - 6x = 17$ **Resposta:** $S = \left\{-2; -\frac{4}{5}\right\}$

22. O número $\sqrt{2307}$ pode ser representado através: **Resposta: (C) de uma infinita não periódica.**

23. A área do rectângulo é 35 cm2. Qual é o valor de x? **Resposta: (C)**



24. De entre os números seguintes, $-3\,;\ 0{,}7\,;\ -\sqrt{2}\,;\ \dfrac{7}{65}\,;\ 0{,}27333\,;\ \pi\,;\ -\dfrac{3}{4}\,;\ 1+\pi\,;\ 0$ Indica :

a. Um número real que não seja racional; **Resposta:** $-\sqrt{2}\,;\ \pi\,;\ \ 1+\pi$

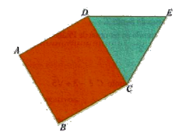
b. Um número inteiro não negativo; **Resposta:** 0

c. Todos os números reais. **Resposta:** Todos

d. Todos os números racionais; **Resposta:** $-3\,;\ 0{,}7\,;\ \dfrac{7}{65}\,;\ 0{,}27333\,;\ -\dfrac{3}{4}\,;\ \boxed{0}$

e. Todos os números irracionais; **Resposta:** $-\sqrt{2}\,;\ \pi\,;\ \ 1+\pi$

25. Na figura estão representados um quadrado $[ABCD]$ e um triângulo equilátero $[DCE]$.



a. Determina o valor exacto do perímetro do triângulo $[DCE]$.

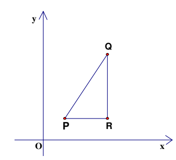
Resposta: lado $= \overline{DC} = \sqrt{10}\ cm$. Se o triângulo $[DCE]$ for equilátero, fica: Perímetro $= 3\sqrt{10}\ cm$

b. Determina o perímetro aproximado do triângulo $[DCE]$ a menos de 0,01 por excesso.

Resposta: Perímetro $= 3\sqrt{10}\ cm \approx 9{,}49\ cm$

26. Escreve um número irracional compreendido entre 2 e 3. **Resposta:** $\pi - 1$, por exemplo.

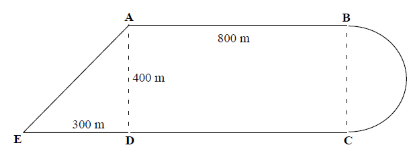
27. Na figura ao lado, P é o ponto de coordenadas $(1{,}1)$, $\overline{PQ} = \sqrt{13}$ e o ponto Q tem ordenada 4.



a. Sobre o triângulo $[PQR]$, rectângulo em R, podemos concluir que a sua área, em unidades de área, é:
Resposta: (B)

28. A prática de exercício físico é um método importante

a. Considerando as dimensões da figura anterior determina:



i. o comprimento do percurso,
Resposta: Comprimento do percurso $\approx 3028{,}3$ m

ii. a área total do parque. **Resposta:** $A_{total} \approx 154831{,}86{,}3\ m^2$

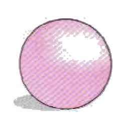
29. Indica, sob a forma de fracção, um número maior que $\dfrac{1}{4}$ e menor que $\dfrac{1}{3}$. **Resposta: Por exemplo,** $\dfrac{3}{10}$

30. Um quadrado tem de lado $\sqrt{2}+2$

a. Calcula o valor exacto da sua área. **Resposta:** $\left(6+4\sqrt{2}\right)u.a.$

b. Um valor aproximado do perímetro, arredondado às centésimas. **Resposta:** $4\sqrt{2}+8 \approx 13{,}66u.c.$

31. A área da superfície de uma esfera é 257π cm2. Qual o valor exacto do seu volume? **Resposta:** $\dfrac{257}{3}\sqrt{64{,}25\pi}\ cm^3$



Bom trabalho!
A equipa do PM