

1. Círculos tangentes

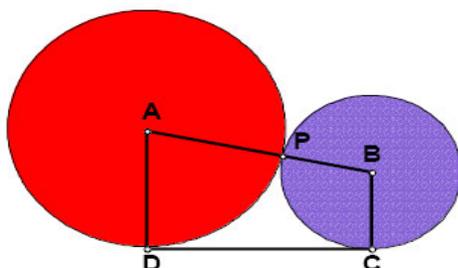
Os Sangakus são tábuas comemorativas, em madeira, oferecidas a pequenos santuários japoneses, provavelmente, como forma de agradecer aos deuses a descoberta de um teorema matemático. As tábuas contêm problemas matemáticos, envolvendo, normalmente, vários círculos.

Os círculos têm um único ponto em comum (P) e [CD] é tangente a ambos os círculos.

O raio do círculo de centro em A mede 3 cm e o raio do círculo de centro em B mede 2 cm.

Determina o valor exacto da medida do comprimento de [CD].

O problema seguinte foi adaptado de um dos problemas contidos numa tábua datada de 1892 e encontrada na localidade de Miyagi.



2. A turma do 9º ano

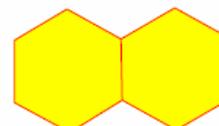
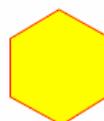
Um grupo de alunos do 9º ano foi questionado acerca do número de livros de aventuras que possuem, tendo-se registado 10, 15, 15, 17, 23, 25, 14, 32, 19, 23, 28, 15.

- Qual é o número mediano de livros que os jovens têm?
- Coloca a mediana, a média e a moda por ordem crescente.
- O Manel chegou mais tarde, e a sua resposta foi acrescentada às dos seus colegas. Ao incluir a resposta do Manel, a distribuição passou a ser bimodal. Quantos livros de aventuras tem o Manel?



3. Perímetro de uma sequência de hexágonos

A Flávia e a Tânia começaram a construir uma sequência geométrica com hexágonos regulares e iguais, como mostram as figuras.



...

Figura 1

Figura 2

1. As duas amigas não estão de acordo quanto à medida do perímetro das figuras anteriores.

A Flávia afirma que, se a unidade de medida for o comprimento do lado de um hexágono, o perímetro da figura 1 é 6 e o perímetro da figura 2 é 12, que calcula da seguinte forma: 6×2 . A Tânia discorda da Flávia e afirma que o perímetro da figura 2 é 10, e calcula-o da seguinte forma: $4 \times 2 + 2$.

Diz qual delas tem razão e explica o erro que a outra cometeu.

2. Para construir a figura 3, juntaram um terceiro hexágono à figura 2, ficando um só lado em comum com um hexágono da figura 2.

- Qual é o perímetro da figura 3?
- Se as duas amigas mantiverem este processo nas figuras seguintes, qual será o perímetro da figura 200?
- Escreve uma fórmula que relacione o número da figura (n) com o seu perímetro (P).

4. Questões de probabilidades

(a) As cinco letras da palavra TIMOR foram pintadas, cada uma em sua bola. As cinco bolas, indistinguíveis ao tacto, foram introduzidas num saco. **Extraem-se, aleatoriamente, as bolas do saco, sem reposição,** e colocam-se em fila, da esquerda para a direita. **Qual é a probabilidade** de que, no final do processo, fique

formada a palavra TIMOR, sabendo-se que, ao fim da terceira extracção, estava formada a sucessão de letras



TIM? (A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

(b) Dois médicos, que vão participar num congresso no estrangeiro, mandam reservar hotel na mesma cidade, cada um sem conhecimento da marcação feita pelo outro.

Sabendo que nessa cidade existem sete hotéis, todos com igual probabilidade de serem escolhidos, qual é a probabilidade de os dois médicos ficarem no mesmo hotel?

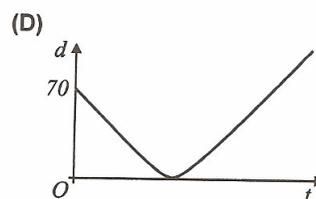
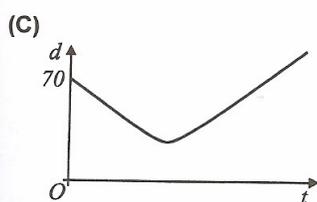
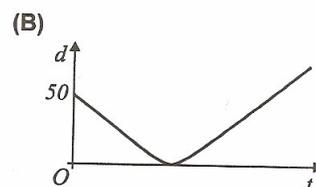
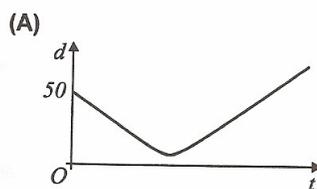
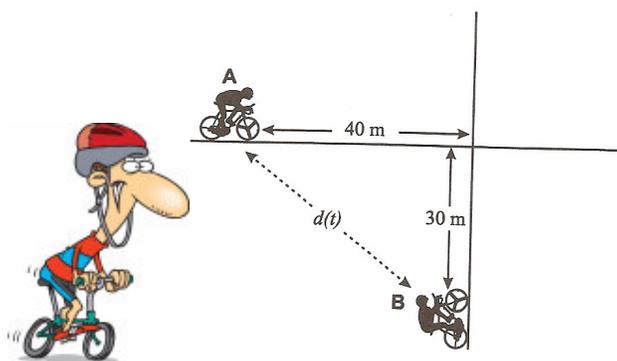
(A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{5}{7}$ (D) $\frac{6}{7}$

(c) Lançaram-se dois dados, ambos com as faces numeradas de um a seis. Sabe-se que a soma dos números saídos foi quatro. Qual é a probabilidade de ter saído o mesmo número, em ambos os dados?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

5. Os ciclistas

Na figura estão representados dois ciclistas A e B, pedalando a caminho de um cruzamento. Ao chegar ao cruzamento, ambos continuam em frente. No instante $t = 0$, os ciclistas A e B encontra-se, respectivamente, a 40 metros e a 30 metros do cruzamento. Os ciclistas pedalam ambos à mesma velocidade, que se mantém constante. Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função que, para cada valor de t , dá a distância $d(t)$ entre os dois ciclistas, no instante t ?



6. A equação

Considera as equações do tipo $2x^2 + x - 2k + 1 = 0$, $k \in \mathbb{R}$.

(a) Resolve a equação se $k = -3$;

(b) Representa na forma de intervalo de números reais os valores de k para os quais a equação dada tem duas soluções distintas.

7. Mais equações – Resolve as seguintes equações: (a) $36x^2 + 1 = 12x$

(b) $\frac{x^2 - 1}{3} = 1 - x$

8. Construção de ângulos

Numa grelha quadriculada, constrói um ângulo de amplitude α , sabendo que:

(a) $\operatorname{tg} \alpha = 3$

(b) $\operatorname{sen} \alpha = 0,8$

(c) $\operatorname{cos} \alpha = \frac{5}{13}$

9. O espigueiro português

Os espigueiros são construções que servem para guardar cereais, ao mesmo tempo que os protegem da humidade e dos roedores. Por isso, são construídos sobre estacas (pés do espigueiro), de forma que não estejam em contacto directo com o solo.

Se o terreno for inclinado, os pés do espigueiro assentam num **degrau**, para que o espigueiro fique na horizontal, como mostra a fotografia (figura A).

A figura B é um esquema do espigueiro da fotografia. Neste esquema, estão também representados os seis pés do espigueiro, bem como o *degrau* no qual eles assentam. O esquema não está desenhado à escala. As medidas de comprimento indicadas estão expressas em metros. As questões (a) e (b) referem-se a este esquema.

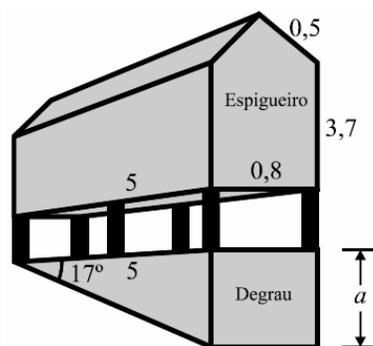


Figura B

(a) O **degrau** onde assentam os pés do espigueiro é um prisma triangular recto. As duas bases deste prisma são triângulos rectângulos.

Determina (em metros) a altura, a, do degrau.

Apresenta todos os cálculos que efectuares e indica o resultado, arredondado às décimas.

Sempre que, **nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos**, conserva quatro casas decimais.

(b) O espigueiro é um prisma pentagonal recto, cujas bases são pentágonos não regulares. Cada pentágono pode ser decomposto num rectângulo e num triângulo isósceles.

Determina (em metros cúbicos) o volume do espigueiro.

10. Os intervalos

Considera os conjuntos: $A =]-\pi; \sqrt{7}]$ e $B = [\sqrt{3}; +\infty[$

(a) Indica todos os números inteiros negativos que pertencem ao conjunto A.

(b) Dá exemplo de um número irracional que pertença ao conjunto $A \cap B$.

(c) Representa, na forma de intervalo de números reais, o conjunto $A \cup B$.

11. O número – Escreve $\frac{1}{9}$ na forma de base 3.

12. Inequações – Resolve as seguintes inequações:

(a) $1 - \frac{w}{5} > 0,2w$ (b) $2a - \frac{0,5a+1}{4} \geq 0,1$ (c) $b - 3\left(-1 + \frac{b}{2}\right) > 0$ (d) $0,25z \leq \frac{1-z}{2}$

13. Problemas com sistemas

(a) A festa de aniversário do Francisco realizou-se numa discoteca. Após oito raparigas abandonarem a festa, o número de rapazes passou a ser o dobro de número de raparigas. De seguida, abandonaram a festa 30 rapazes e o número de raparigas passou a ser o triplo de rapazes. Determina quantos rapazes e quantas raparigas estavam inicialmente na festa.



(b) Para a realização de um passeio, a Junta de freguesia de Boim alugou autocarros de dois tipos: uns de 40 lugares e outros de 52 lugares. Sabe-se que pagou 700€ por cada autocarro de 52 lugares e 600€ por cada autocarro de 40 lugares, gastando no total 4700€. Viajaram 340 pessoas, não ficando lugares vagos. Quantos autocarros, de cada tipo, foram alugados?

14. A equipa de futebol

A equipa de futebol do Tiago juntou-se com mais cinco equipas para participar num torneio do Vale de Sousa. Qual é a probabilidade de escolher, ao acaso, um dos jogos realizados no torneio e não ter como intervenientes a equipa do Tiago?



Algumas Soluções: 4a. C 4b. A 4c. C 5. A

6a. equação impossível 6b. $\left[\frac{7}{16}; +\infty\right[$ 9a. 1,5 m 9b. $15,4 \text{ m}^3$ 12a. $\left]-\infty; \frac{5}{2}\right]$

12b. $\left[\frac{14}{75}; +\infty\right[$ 12c. $\left]-\infty; 6\right[$ 12d. $\left]-\infty; \frac{2}{3}\right]$ 13a. 35 de manhã e 50 de tarde

13b. 2 autocarros de 40 e 5 de 52 14. $\frac{2}{3}$

Bom Trabalho e Estudo!