**Assunto:** **Soluções da Mega-ficha de Preparação para o Exame Nacional I**

**1. No cálculo de $A\hat{V}B$ é necessário percorrer pelas seguintes etapas:**

**A-** Determinar $A\hat{C}B = 40^\circ$, por ser um ângulo inscrito e por isso, ser igual a $\frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$;

**B-** Determinar $A\hat{C}V = 180^\circ - B\hat{C}A \Leftrightarrow A\hat{C}V = 180^\circ - 40^\circ \Leftrightarrow A\hat{C}V = 140^\circ$, sendo ACV e BCA ângulos suplementares;

**C-** Determinar $C\hat{A}D = 15^\circ$, por ser um ângulo inscrito e portanto ser igual a $\frac{\overset{\frown}{CD}}{2}$;

**D-** Finalmente calcular $A\hat{V}B = 180^\circ - A\hat{C}V - C\hat{A}D \Leftrightarrow A\hat{V}B = 25^\circ$, através da soma dos ângulos internos de um triângulo.

**2. Problema sobre o Consumo de Álcool.**

**2.1.** Sim, é aproximadamente igual.
**2.2.** Não.

**3. Em relação ao cubo e à pirâmide, percorramos as etapas:**

**3.1. Mostra que a área de cada uma das faces do cubo é o dobro da área da base da pirâmide.**

**A.** Cálculo do lado da base da pirâmide $\rightarrow l = \sqrt{18}\,cm$

**B.** Cálculo de $\overline{BQ}$, pelo Teorema de Pitágoras, $\overline{BQ} = 3\,cm$;

**C.** Cálculo do lado de uma das faces do cubo: $\overline{AB} = 3\,cm \times 2 = 6\,cm$.

**D.** Cálculo da área de uma das faces do cubo: $A_{quadrado} = 6^2 = 36\,cm^2$.

**R: 36 é o dobro de 18.**

**3.2. A altura da pirâmide é iguala ao comprimento da aresta do cubo, logo,** $h = 6\,cm$.

**3.3. Para determinarmos o volume do cubo que não faz parte da pirâmide, percorramos as etapas:**

**A.** $V_{\text{cubo}} = 6^3 = 216\,cm^3$;

**B.** $V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} \times 18 \times 6 = 36\,cm^3$;

**C.** $V_{\text{cubo não ocupado pela pirâmide}} = 216 - 36 = 180\,cm^3$.

**3.4.**

**A. Por exemplo, RSV e EFG**

**B. Por exemplo, AE**

4. **O gráfico correcto é o** (*C*), pois, no início do seu percurso, o ponto P encontra-se a uma distância do centro igual ao raio da circunferência. De seguida, no seu trajecto e até ao ponto médio de $[RS]$ essa distância diminui, voltando a aumentar até ao ponto S, momento em que se encontra de novo a uma distância do centro igual ao raio. Finalmente e uma vez que percorre a circunferência entre os pontos S e T, essa distância mantém-se constante.

5. **A caixa cilíndrica com esferas…**

   **5.1. Fazer a demonstração, recorrendo ao Teorema de Pitágoras.**

6. **Qualquer cubo se pode decompor em seis pirâmides…**

   **6.1. Na resolução deste problema comecemos por relacionar os volumes do cubo e da pirâmide.** Assim,

$$V_{\text{cubo}} = 6 \times V_{\text{pirâmide}} \Leftrightarrow a^3 = 6 \times \frac{1}{3} \times A_{\text{base}} \times h \Leftrightarrow a^3 = 6 \times \frac{1}{3} \times a^2 \times h \Leftrightarrow a^3 = 2a^2 h \Leftrightarrow \frac{a^3}{a^2} = 2h \Leftrightarrow a = 2h$$

7. **Dois triângulos rectângulos com hipotenusa comum:**

   **7.1. Recorrendo ao Teorema de Pitágoras e sendo $[AC]$ a hipotenusa de ambos, então, fica:**

$$x^2 + 12^2 = (x - 1{,}8)^2 + 12{,}6^2 \Leftrightarrow x = 5$$

8. **O Reservatório…**

   **8.1. Determinar:**

   **8.1.1. O diâmetro, implica recorrer à semelhança de triângulos e sendo assim, o diâmetro é 1,6 dm.**

   **8.1.2. Para calcular a capacidade do tronco de cone, torna-se necessário calcular:**

$$\begin{aligned}
& V_{\text{tronco de cone}} = V_{\text{cone maior}} - V_{\text{cone menor}} \\
\Leftrightarrow\ & V_{\text{tronco de cone}} = \frac{1}{3} A_{base} \times h - \frac{1}{3} A_{base} \times h \\
\Leftrightarrow\ & V_{\text{tronco de cone}} = \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 10 - \frac{1}{3} \times \pi \times 0{,}8^2 \times 4 \\
\Leftrightarrow\ & V_{\text{tronco de cone}} = \frac{40\pi}{3} - \frac{2{,}56\pi}{3} \\
\Leftrightarrow\ & V_{\text{tronco de cone}} = \frac{37{,}44\pi}{3}\, dm^3 \\
\Leftrightarrow\ & V_{\text{tronco de cone}} \approx 39\, l
\end{aligned}$$

   **8.2. Na determinação da quantidade de combustível existente no reservatório é necessário recorrer ao cálculo do volume de um cilindro com 3 dm de altura.** Logo, $V_{\text{cilindro}} = \pi \times 2^2 \times 3 \Leftrightarrow V_{\text{cilindro}} \approx 38\, l$

**9. Sendo $t$ tangente à circunferência,**

9.1. $A\hat{T}O = 90^{\circ}$ e através da soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo $A\hat{O}T = 60^{\circ}$. Como os ângulos AOT e e BOT são suplementares, então $B\hat{O}T = 120^{\circ}$. O ângulo BOT é ao centro, logo o arco BT mede 120º, também.

**10. A sequência com berlindes…**

10.1. Sendo $3n$ o termo geral desta sequência, então o Manuel apenas podia construir 58 triângulos, no máximo, usando 174 berlindes.

10.2. O Manuel iria conseguir formar um triângulo com 59 berlindes em cada lado.

**11. A notícia da revista Visão…**

11.1. Foi de cerca de 547 pedidos.

11.2. Cerca de 14088 pedidos.

11.3. Aproximadamente 1,4%.

12.

**13. Cilindro inscrito no cone…**

13.1. **É necessário recorrer à semelhança de triângulos para determinarmos o raio do cilindro $\overline{CB}$.** Sendo assim, $\overline{CB} = 12{,}5\,cm$.

$$A_{\text{superfície lateral do cilindro}} = 2\pi rg \Leftrightarrow A_{\text{superfície lateral do cilindro}} = 2\times\pi\times\overline{CB}\times g$$
$$\Leftrightarrow A_{\text{superfície lateral do cilindro}} = 2\times\pi\times 12{,}5\times 30 \Leftrightarrow A_{\text{superfície lateral do cilindro}} = 750\pi\, cm^2$$

**No cálculo da percentagem, percorramos as fases:**

**A-** Cálculo do volume do cone: $V_{\text{cone}} = \frac{1}{3}\times\pi\times 25^2\times 60 = 12500\pi\, cm^3$

**B-** Cálculo do volume do cilindro: $V_{\text{cilindro}} = \pi\times 12{,}5^2\times 30 = 4687{,}5\pi\, cm^3$

**C-** Cálculo da razão dos volumes: $\frac{V_{\text{cilindro}}}{V_{\text{cone}}} = \frac{4687{,}5\pi}{12500\pi} = 0{,}375$ o que significa que o volume do cilindro é 37,5% do volume do cone.

**14. Determinar as amplitudes de $x$, $y$ e $z$.**

14.1. $x = \frac{50^{\circ}}{2} = 25^{\circ}$; $y = \frac{120^{\circ}}{2} = 60^{\circ}$; $C\hat{A}V = 180^{\circ} - 60^{\circ}\,(y) = 120^{\circ}$ ( ângulos suplementares)

Finalmente $z = 180^{\circ} - 25^{\circ} - 120^{\circ} = 35^{\circ}$ (pela soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo)

## 15. Os grupos sanguíneos…

**15.1.** O grupo mais comum é o A.

**15.2.** A Coreia do Sul, pois os valores apresentados estão muito abaixo ou bastante a cima da média do conjunto de países.

**15.3.** É o grupo AB.

**15.4.** Em Espanha.

**15.5.** É de 17%.

**15.6.** É de 41,4%( considerando 10 000 000 de habitantes o número de portugueses).

## 16. A Arena do Anfiteatro de Castro Verde…

**16.1.** Trapézio isósceles.

**16.2.** No cálculo da área do trapézio:

**A -** comecemos por saber que o hexágono maior é uma ampliação do hexágono menor de razão 4:1. Logo e, sabendo que a razão das áreas é igual ao quadrado da razão de semelhança a área do hexágono grande será $4^2 \times 9{,}8 = 156{,}8\,cm^2$.

**B-** Retirando à área do hexágono maior a área ocupada pelo hexágono menor, ficaremos com a área de seis trapézios iguais, ou seja, com uma área de $147\,cm^2$.

**C-** Para a obtenção da área do quadrilátero $[ABCD]$, basta dividirmos esse valor por 6 e assim , $A_{[ABCD]} = 24{,}5\,cm^2$.

## 17. Círculo de raio 1cm…

**17.1. Para o cálculo do perímetro necessitamos de calcular $\overline{QP}$. Então:**

$\cos(53^\circ) = \frac{x}{1} \Leftrightarrow x \approx 0.6018\,cm$, logo $\overline{QP} \approx 2 \times 0{,}6018 \approx 1{,}2036\,cm$.

$$Perímetro \approx 1 + 1 + 1{,}2036 \approx 3{,}20\,cm$$

**17.2. Para determinarmos a área do triângulo $[POQ]$, temos de calcular a altura em relação à base $[QP]$.**

Então: $sen(53^\circ) = \frac{x}{1} \Leftrightarrow x \approx 0{,}7986\,cm$.

$$Área = \frac{b \times h}{2}$$

$$Área \approx \frac{1{,}2036 \times 0{,}7986}{2} \Leftrightarrow Área \approx 0{,}48\,cm^2$$

## 18. A bússola…

## 19. A circunferência…

**19.1.** $\overset{\frown}{CD} = C\hat{O}D = 126^\circ$.

**19.2.** **Como $[OC]$ e $[OD]$ são raios da mesma circunferência, têm o mesmo comprimento,** fazendo com que o triângulo $[COD]$ seja isósceles e, por isso, tenha dois ângulos iguais. Então, usando a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo fica: $O\hat{C}D = 27^\circ$.

**19.3.** **Sendo as cordas $[AB]$ e $[CD]$ paralelas, então os arcos compreendidos entre elas têm a mesma amplitude.** $\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BC}=360° \Leftrightarrow 126°+x+68+x=360° \Leftrightarrow x=83°$

Logo, $\overset{\frown}{BC}=83°$.

**20.**

**21. O espigueiro…**

**21.1.** **Para determinarmos o volume do espigueiro teremos de calcular as dimensões em falta na pirâmide mais pequena, recorrendo à semelhança de triângulos. Assim,** $r=\frac{7,2}{4}=1,8$.

Logo, as dimensões em falta (arestas da base da pirâmide mais pequena) são:

$c=\frac{3,6}{1,8}=2m$ e $c=\frac{2,7}{1,8}=1,5m$

$$V_{\text{espigueiro}}=\frac{1}{3}\times 3,6\times 2,7\times 7,2-\frac{1}{3}\times 2\times 1,5\times 4 \Leftrightarrow V_{\text{espigueiro}}=19,328m^3$$

**21.2.** **Por exemplo:**

**A** - ACV

**B** - BC

**C** - AB

**22. Alavanca interfixa…**

**22.1.** 100 kg.

**22.2.** Aumenta.

**22.3.** O braço da potência tem de ser 10 vezes maior.

**23. Os canteiros**

**23.1.** $V_{\text{composto}}=\frac{3}{5}\times\pi\times 1,3^2\times 0,5 \Leftrightarrow V_{\text{composto}}\approx 1593l$.

**23.2.** São necessários $0,1024m^3$ de cada.

**24. A Ecossonda…**

**24.1.** **S:** 2900 m

**24.2.** **S:** $\approx 12\,\text{segundos}$

**24.3.** **S:** Resposta **(C)**

**25. A mesada e o vidro partido…**

**25.1.** Sim.

**25.2.** **S:** O Pedro recebe 70 euros e o seu irmão 20 euros.